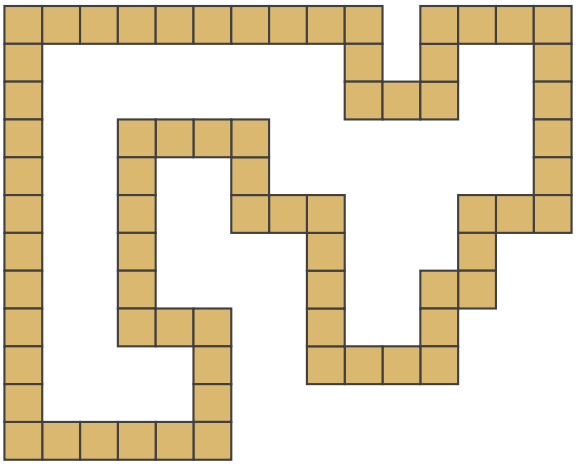
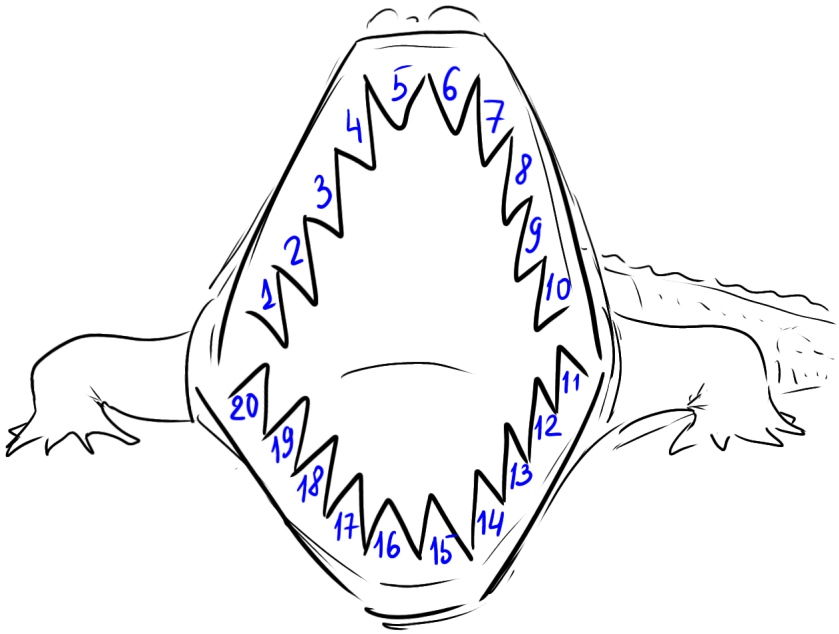
1 (6) Дорожка в парке составлена из квадратиков, как на рисунке. Ваня хочет начать с какого-то квадратика и пройти дорожку по кругу, побывав на каждом квадратике ровно один раз. Какое наименьшее число поворотов направо при этом он может сделать? (Если дорожка поворачивает, то Ваня поворачивает в ту же сторону).

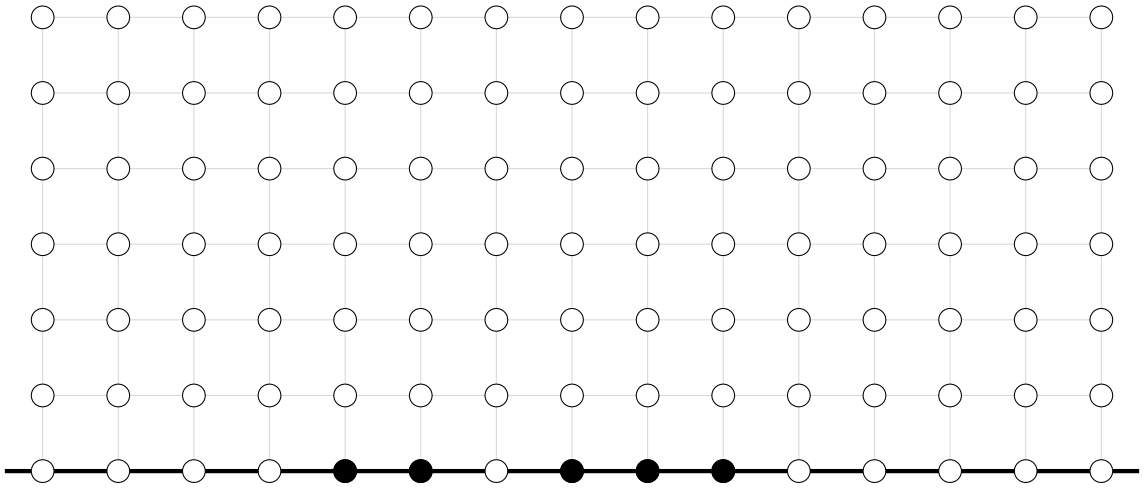


2 (6–7) У крокодила 20 зубов, они пронумерованы по часовой стрелке, как на рисунке.



Воробей, синица и попугай по очереди почистили по 7 зубов крокодила, переходя по часовой стрелке. Воробей чистил каждый второй зуб, синица – каждый третий зуб, а попугай – каждый шестой. Воробей начал с первого зуба, а синица и попугай – с других, причём разных, зубов. В итоге ровно один зуб остался не почищенным. Какой это мог быть зуб? Укажите все возможные варианты.

3 (6–8) В японскому саду камней дорожки образуют квадратную сетку. Через парк проходит прямая главная аллея, а вне её на некоторых перекрёстках лежат 4 камня. Полина прошла по аллее и отметила на ней 5 перекрёстков (см. рисунок), при наблюдении из которых хотя бы один из камней заслоняет другой. Известно, что на главной аллее есть и шестой перекрёсток с таким же свойством. Приведите пример того, как могли располагаться эти 4 камня и шестой перекрёсток (отметьте соответствующие 5 точек на рисунке).



4 (7–9) Любительский турнир по теннису проходил в один круг (каждый играл с каждым одну партию). В некоторый момент во время турнира оказалось, что один участник сыграл ровно одну партию, 2 участника – ровно 2 партии, 3 участника – ровно 3 партии, ..., 49 участников – ровно 49 партий (возможно, были и другие участники, но сыгравшие другие количества партий). Какое наименьшее число участников могло быть?

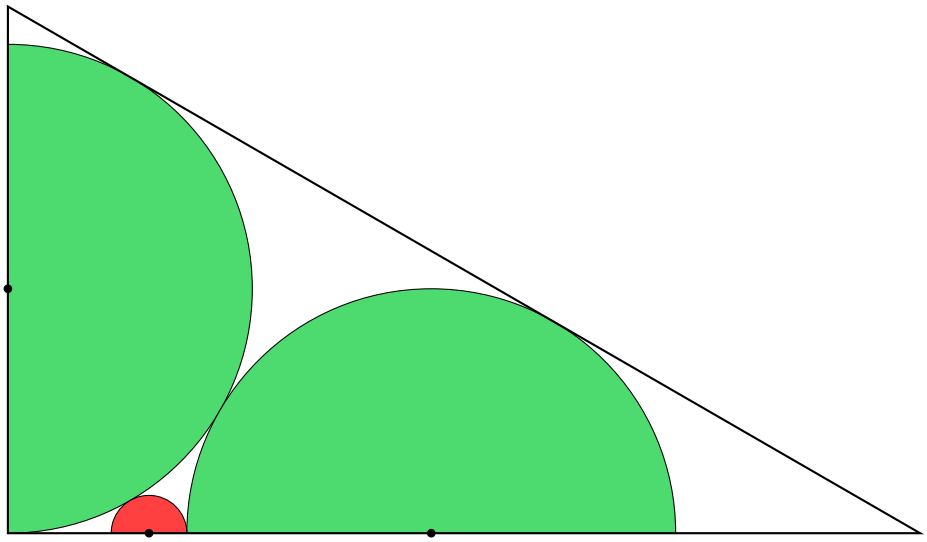
5 (8–9) С помощью таукитянского калькулятора можно применять к паре чисел такие действия:

кнопка	результат
$\boxed{+}$	$x+y$
$\boxed{-}$	$x-y$
$\boxed{\&}$	x^2+y^2
$\boxed{\#}$	$\frac{x+y}{2}$

В памяти калькулятора изначально записаны только числа 1 и a. Новые числа можно получать, применяя любое из четырёх действий к уже записанным в памяти числам и записывая результат в новую ячейку памяти. Можно ли с помощью такого калькулятора получить число a^3? Если можно – напишите, как; если нельзя – объясните, почему.

(В одной операции разрешается дважды использовать одно и то же число. Вводить числа, которых нет в памяти, нельзя. Число a не обязательно целое.)

6 (9–10) В прямоугольный треугольник вписаны три полукруга так, как показано на рисунке (большие полукруги одинаковы). Чему равен радиус большого полукруга, если радиус маленького равен 10? Ответ округлите до ближайшего целого числа.



7 (10–11) Саша для каждого натурального числа n проводит следующую процедуру. Он выписывает остатки от деления n на 1, 2, ..., $\left[\frac{n}{2}\right]$ (где $\left[\frac{n}{2}\right]$ — наибольшее целое число, не превосходящее $\frac{n}{2}$). Количество различных остатков среди выписанных он обозначает $r(n)$. Например, $r(11) = 4$, потому что остатки от деления 11 на 1, 2, 3, 4, 5 равны соответственно 0, 1, 2, 3, 1 и среди них ровно 4 различных.

Какое наибольшее значение может принимать разность $r(n+1) - r(n)$? Ответ объясните.

8 (10–11) Планета Шелезяка, населённая роботами, имеет форму октаэдра. Местные жители построили на ней маршруты железной дороги: каждый маршрут — замкнутая ломаная, вершины которой лежат на рёбрах октаэдра (но не в его вершинах), а звенья лежат на разных гранях октаэдра (по рёбрам звенья идти не могут). Разные маршруты не имеют общих точек. Все маршруты пересекают разные наборы рёбер октаэдра. Какое максимальное количество маршрутов может быть на планете Шелезяка?

9 (11) Тент палатки в натянутом состоянии состоит из шести равных между собой равнобедренных треугольников (см. рисунок, основания этих треугольников отмечены бордовым цветом). Найдите высоту палатки, если в её основании лежит квадрат со стороной 2 метра. Ответ дайте в метрах, округлив до двух знаков после запятой.

